**Cấu trúc dữ liệu và giải thuật**

**THI HỌC KỲ - CA 1**

**XA01 - LIỆT KÊ HOÁN VỊ 1**

**Độ khó:**1

**Mô tả đề bài:**

Cho hai số N và M với 0 < M ≤ N < 10;

Hãy liệt kê các hoán vị của N số nguyên dương đầu tiên mà số M luôn đứng đầu.

Các hoán vị thỏa mãn cần liệt kê theo thứ tự từ điển.

**Input**

Chỉ có một dòng ghi hai số N và M

**Output**

            Liệt kê lần lượt các hoán vị thỏa mãn. Mỗi hoán vị trên một dòng.

**Ví dụ**

| **Input** | **Output** |
| --- | --- |
| 4 2 | 2 1 3 4  2 1 4 3  2 3 1 4  2 3 4 1  2 4 1 3  2 4 3 1 |

**XA02 - LIỆT KÊ HOÁN VỊ 2**

**Độ khó:**1

**Mô tả đề bài:**

Cho hai số N và M với 0 < M ≤ N < 10;

Hãy liệt kê các hoán vị của N số nguyên dương đầu tiên mà số M luôn đứng cuối

Các hoán vị thỏa mãn cần liệt kê theo thứ tự từ điển.

**Input**

Chỉ có một dòng ghi hai số N và M

**Output**

            Liệt kê lần lượt các hoán vị thỏa mãn. Mỗi hoán vị trên một dòng.

**Ví dụ**

| **Input** | **Output** |
| --- | --- |
| 4 2 | 1 3 4 2  1 4 3 2  3 1 4 2  3 4 1 2  4 1 3 2  4 3 1 2 |

**XA07 - TỔNG CÁC THỪA SỐ NGUYÊN TỐ LỚN NHẤT**

**Độ khó:**1

**Mô tả đề bài:**

Với mỗi số nguyên X trong đoạn [L, R], bạn cần tìm thừa số nguyên tố lớn nhất của X và tính tổng của chúng.

Ví dụ với [L, R] = [2, 12], ta có:

| Số | Thừa số nguyên tố lớn nhất |
| --- | --- |
| 2 | 2 |
| 3 | 3 |
| 4 | 2 |
| 5 | 5 |
| 6 | 3 |
| 7 | 7 |
| 8 | 2 |
| 9 | 3 |
| 10 | 5 |
| 11 | 11 |
| 12 | 3 |

Tính tổng: 2 + 3 + 2 + 5 + 3 + 7 + 2 + 3 + 5 + 11 + 3 = 46

**Input:**

Dòng đầu tiên là số nguyên bộ test T (T ≤ 100).

Mỗi test gồm 2 số nguyên L, R (2 ≤ L, R ≤ 100 000).

**Output:**

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng.

**Ví dụ:**

| **Input** | **Output** |
| --- | --- |
| 2  2 10  2 12 | 32  46 |

**XB02 - TỔNG GIÁ TRỊ LỚN NHẤT**

**Độ khó:**1

**Mô tả đề bài:**

Một tên trộm đột nhập vào một cửa hiệu tìm thấy n món hàng có trọng lượng và giá trị khác nhau, nhưng hắn chỉ mang theo một cái túi có sức chứa về trọng lượng tối đa là M. Vậy tên trộm nên bỏ vào túi những món nào để đạt giá trị cao nhất trong khả năng mà hắn có thể mang đi được.

**Input**

* Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương n và M (1 ≤ n, M ≤ 5000).
* n dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên dương x và y mô tả một đồ vật có trọng lượng x và giá trị y (1 ≤ x ≤ M, 1 ≤ y ≤ 10000).

**Output**

* In ra tổng giá trị lớn nhất đạt được.

**Ví dụ**

| **Input** | **Output** |
| --- | --- |
| 10 50  33 6  19 3  12 8  22 7  18 3  34 10  14 10  21 9  26 10  40 4 | 27 |

**XB05 - XÂU NHỊ PHÂN ĐỐI XỨNG**

**Độ khó:**1

**Mô tả đề bài:**

Cho xâu nhị phân S có độ dài không quá 5000.

Với mỗi cặp (L,R), hãy kiểm tra xem đoạn liên tiếp các bít nhị phân từ vị trí L đến vị trí R (chỉ số tính từ 1) có phải là xâu nhị phân đối xứng hay không.

**Input**

Dòng đầu tiên ghi xâu S (độ dài không quá 5000 ký tự nhị phân)

Dòng thứ 2 ghi số M là số truy vấn

M dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi một cặp số (L,R). (1 ≤ L ≤ R ≤ N) với N là độ dài của xâu S.

**Output**

Với mỗi truy vấn, ghi ra YES nếu đoạn con là xâu đối xứng, ghi ra NO nếu ngược lại.

**Ví dụ**

| **Input** | **Output** |
| --- | --- |
| 1001010  1  6 7 | NO |

**XB06 - XÂU CON KHÔNG GIẢM**

**Độ khó:**1

**Mô tả đề bài:**

Cho một xâu ký tự S chỉ bao gồm các chữ cái in hoa. Xâu con được định nghĩa là một tập con khác rỗng các ký tự lấy từ xâu S giữ nguyên thứ tự ban đầu.

Xâu con không giảm C của S là xâu con của S thỏa mãn với mọi cặp vị trí i < j trong xâu thì C[i] ≤ C[j].

Hãy tính độ dài của xâu con không giảm dài nhất trong xâu S.

**Input**

Chỉ có một dòng ghi xâu S. Độ dài không quá 200.

**Output**

Ghi ra kết quả tính được trên một dòng

**Ví dụ**

| **Input** | **Output** |
| --- | --- |
| VIETNAM | 2 |
| ABCC | 4 |

**XC01 - HẬU TỐ**

**Độ khó:**2

**Mô tả đề bài:**

Biểu thức dưới dạng hậu tố là phép biểu diễn biểu thức trong đó phép toán được đặt sau hai toán hạng. Ví dụ AB+CD-\* (tương ứng với biểu thức trung tố (A+B)\*(C-D).

Hãy viết chương trình tính toán giá trị của biểu thức hậu tố.

**Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T (T ≤ 20).

Mỗi test bắt đầu bởi số nguyên N (N ≤ 1000), là số lượng toán tử và toán hạng.

Dòng tiếp theo là biểu thức hậu tố với N toán tử và toán hạng. Các toán hạng và toán tử cách nhau bởi một dấu cách.

Các toán hạng có thể có nhiều chữ số, có thể là số âm. Phép chia thực hiện trên số nguyên. Input đảm bảo kết quả phép toán có giá trị tuyệt đối không vượt quá 10^18.

**Output:**

Với mỗi test, in ra giá trị biểu thức tìm được.

**Ví dụ:**

| **Input:** | **Output** |
| --- | --- |
| 3  7  2 3 1 \* + 9 –  7  8 7 5 \* + 9 –  3  -10 -4 + | -4  34  -14 |

**XC02 - TIỀN TỐ**

**Độ khó:**2

**Mô tả đề bài:**

Biểu thức dưới dạng tiền tố là phép biểu diễn biểu thức trong đó phép toán được đặt trước hai toán hạng. Ví dụ + \* A B / C D tương ứng với biểu thức trung tố A \* B + C / D

Hãy viết chương trình tính toán giá trị của biểu thức tiền tố.

**Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T (T ≤ 20).

Mỗi test bắt đầu bởi số nguyên N (N ≤ 1000), là số lượng toán tử và toán hạng.

Dòng tiếp theo là biểu thức tiền tố với N toán tử và toán hạng. Các toán hạng và toán tử cách nhau bởi một dấu cách.

Các toán hạng có thể có nhiều chữ số, có thể là số âm. Phép chia thực hiện trên số nguyên. Input đảm bảo kết quả phép toán có giá trị tuyệt đối không vượt quá 10^18.

**Output:**

Với mỗi test, in ra giá trị biểu thức tìm được.

**Ví dụ:**

| Input: | Output |
| --- | --- |
| 3  7  - + 2 \* 3 1 9  7  - + 8 \* 7 5 9  3  + -10 -4 | -4  34  -14 |

**XC03 - HÌNH CHỮ NHẬT LỚN NHẤT**

**Độ khó:**2

**Mô tả đề bài:**

Cho bảng hình chữ nhật có kích thước N x M, các ô trong bảng chỉ nhận giá trị 0 hoặc 1.

Nhiệm vụ của bạn là hãy tìm hình chữ nhật chứa toàn số 1, các cạnh song song với trục tọa độ và có diện tích lớn nhất có thể.

**Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T (T ≤ 20).

Mỗi test bắt đầu bởi hai số nguyên N và M (N, M ≤ 1000).

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm M số nguyên mô tả bảng.

**Output:**

Với mỗi test, in ra kích thước 2 cạnh của hình chữ nhật (cạnh nhỏ và cạnh lớn). Nếu có nhiều đáp án, in ra đáp án thỏa mãn hiệu của cạnh lớn và cạnh nhỏ là bé nhất có thể.

**Ví dụ:**

| **Input:** | **Output** |
| --- | --- |
| 3  4 6  1 1 1 1 1 1  1 1 1 0 0 0  0 0 0 1 0 1  0 1 0 0 1 0  2 3  1 1 1  1 1 0  9 13  0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0  0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0  0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0  0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0  1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0  0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0  0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0  0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0  0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 1 | 2 3  2 2  7 7 |

**XD03 - DI CHUYỂN TRÊN ĐỒ THỊ CÓ TRỌNG SỐ**

**Độ khó:**2

**Mô tả đề bài:**

Cho đồ thị có trọng số với N đỉnh và M cạnh có hướng. Với mỗi cặp đỉnh (S,T), hãy tính giá trị trọng số X, là trọng số lớn nhất trong số các cạnh phải đi qua để di chuyển từ S đến T. Biết rằng quy tắc di chuyển là luôn mong muốn giá trị X là nhỏ nhất có thể.

**Input**

Dòng đầu ghi 3 số N, M và Q

* N là số đỉnh của đồ thị (1 ≤ N ≤ 300)
* M là số lượng cạnh có hướng (1 ≤ M ≤ 25000)
* Q là số truy vấn

Tiếp theo là M dòng, mỗi dòng ghi 3 số u,v,w là một cạnh của đồ thị. Trọng số w đảm bảo nguyên dương và không quá 106.

Tiếp theo là Q dòng, mỗi dòng ghi một cặp đỉnh S và T.

**Output**

Với mỗi truy vấn, hãy in ra giá trị trọng số X tìm được.

Nếu không có đường đi từ S đến T thì in ra -1

**Ví dụ**

| **Input** | **Output** |
| --- | --- |
| 5 6 3  1 2 12  3 2 8  1 3 5  2 5 3  3 4 4  2 4 8  3 4  1 2  5 1 | 4  8  -1 |

**XD05 - BỔ SUNG CẠNH**

**Độ khó:**2

**Mô tả đề bài:**

Cho đồ thị vô hướng G có thể chưa liên thông. Từ đỉnh 1, bằng cách duyệt đồ thị ta sẽ đánh dấu được các đỉnh cùng thành phần liên thông với đỉnh 1. Người ta muốn đánh dấu được nhiều đỉnh hơn bằng cách bổ sung một cạnh duy nhất vào đồ thị.

Hãy đếm số đỉnh nhiều nhất có thể đánh dấu theo mô tả trên.

**Input**

Dòng đầu ghi 2 số N và M là số đỉnh và số cạnh của đồ thị. (1 ≤ N,M ≤ 100000).

M dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi một cạnh của đồ thị.

**Output**

Đưa ra số lượng đỉnh lớn nhất có thể được đánh dấu bằng cách đi từ đỉnh 1 nếu bổ sung một cạnh vào đồ thị.

**Ví dụ**

| **Input** | **Output** |
| --- | --- |
| 3 2  1 2  3 2 | 3 |
| 5 3  1 4  4 2  2 1 | 4 |

**XE01 - TRUY VẤN TRÊN CÂY**

**Độ khó:**4

**Mô tả đề bài:**

Cho một cây có N đỉnh, gốc tại đỉnh 1. Mỗi đỉnh u có gán nhãn p(u). Với mỗi đỉnh u, nhiệm vụ của bạn là hãy đếm xem có bao nhiêu đỉnh v là con của u mà p(v) > p(u).

**Input**

Dòng đầu tiên là số nguyên N (1 <= N <= 100 000).

Dòng tiếp theo gồm N số nguyên p[i] (1<= p[i] <= 10^9).

N-1 dòng tiếp theo, dòng thứ i cho biết cha của nút i+1.

**Output**

In ra một số nguyên là đáp án của bài toán..

**Ví dụ:**

| **Input** | **Output** |
| --- | --- |
| 5  30 40 10 20 50  1  1  2  3 | 2 0 1 0 0 |

**XE02 - ĐƯỜNG ĐI TRUNG BÌNH NGẮN NHẤT**

**Độ khó:**4

**Mô tả đề bài:**

Tại đất nước Highland có N thành phố, mỗi cặp thành phố được kết nối với nhau bởi một tuyến đường một chiều duy nhất. Chi phí di chuyển giữa thành phố thứ u tới thành phố v là C[u][v].

Bạn cần tìm một hành trình thỏa mãn các yêu cầu:

* Có thể xuất phát ở bất cứ đâu, nhưng kết thúc hành trình phải quay lại điểm xuất phát.
* Phải đi qua ít nhất 2 tuyến đường.
* Chi phí trung bình trên mỗi tuyến đường là nhỏ nhất (Lấy tổng chi phí / số tuyến đường đi qua).

**Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng thành phố N (2 ≤ N ≤ 500).

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm N số nguyên cho biết chi phí di chuyển từ thành phố u tới v. C[u][u] = 0 và 1 ≤ C[u][v] ≤ 200.

**Output:**

In ra chi phí trung bình trên mỗi tuyến đường nhỏ nhất tìm được, dưới dạng phân số A/B, trong đó ước chung lớn nhất của A và B bằng 1.

**Ví dụ:**

| **Test 1** | **Test 2** |
| --- | --- |
| Input:  2  0 1  2 0      Output:  3/2 | Input:  3  0 2 6  4 0 2  1 9 0    Output:  5/3 |